ثانوية الليمون التأهيلية
ثانية باك علوم فيزيائية

امتحان تجريبي رقم 2 في الرياضيات

الموسم الدراسي: 2020 / 2021 المدة 3 ساعات

$\frac{1}{2}$

المعامل : 7

تمرين المتتاليات : 4 نقط / الأعداد العقدية : 5 نقط / التكامل ودراسة الدوال : 11 نقطة

التمرين الأول

نعتبر المتتالية (U_n) بحيث : $U_0 = 2$ و ; $(\forall n \in \mathbb{N})$: $U_{n+1} = \frac{4}{5}U_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}}$

0,5 — 1) أحسب U_1.

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = U_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$.

1 — 2-أ) تحقق أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{4}{5}$.

1 — 2-ب) استنتج v_n ثم U_n بدلالة n.

0,5 — 2-ج) أحسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

1 — 3) نضع $w_n = \ln\left(\frac{1}{v_n}\right)$ ، لكل n من $\mathbb{N}$. بين أن : $\lim w_n = -\infty$

التمرين الثاني

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E): z^2 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}}\, z + 4 = 0$

وليكن a و b حليها بحيث : $Im(a) < 0$.

0,5 — 1-أ) تحقق أن : $\Delta = \left(2i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$

1 — 1-ب) حدد الكتابة الجبرية للعددين a و b.

2) ليكن العدد العقدي c بحيث : $4c = a^2$.

1 — 2-أ) بين أن : $c = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$ ثم حدد الكتابة المثلثية للعدد c.

1 — 2-ب) إستنتج الكتابة المثلثية للعددين a و b.

0,5 — 3) بين أن : $\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^8 + 1 = 0$

4) المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقطتين A و B لحقاهما a و b على التوالي.

1 — حدد زاوية الدوران R الذي مركزه O ويحول A إلى B.

التمرين الثالث

I) نضع لكل x من $\mathbb{R}$: $g(x) = (x^2-1)e^x - x^2e + e$ (e هو العدد النبيري)

0,5 — 1) تحقق أن : $g(x) = (x^2-1)(e^x - e)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$.

2) بين أن :

0,25 — $(\forall x \in]-\infty;-1]) ;\ g(x) \leqslant 0$

0,25 — $(\forall x \in]-1;+\infty[) ;\ g(x) \geqslant 0$

II نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = (x-1)^2 e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) x e$$

حيث e هو العدد النبيري و $e = 2,7$

وليكن $(\mathscr{C})$ منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

0,5 1) بين أن : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

0,5 2) أ- بين أن :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f(x) = x^3 \left[\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2} \cdot \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} \cdot e \right]$$

0,5 2) ب- إستنتج حساب : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

0,75 3) بين أن $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

0,75 4) بين أن : $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

1,5 5) بين أن $f'(x) = g(x)$; $(\forall x \in \mathbb{R})$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.

6) ليكن (T) المماس لـ : $(\mathscr{C})$ في النقطة ذات الأفصول $x_0 = 0$.

0,5 تحقق أن معادلة ديكارتية لـ : (T) هي : $(T) : y = (e-1)x + 1$

2,5 7) أنشئ في نفس المعلم كلاًّ من (T) و $(\mathscr{C})$. نقبل أن $(\mathscr{C})$ يقطع محور الأفاصيل في نقطتين أفصولاهما : $\alpha = -0,6$ و $\beta = -1,3$

ونأخذ $f(-1) = -0,3$

III نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بالتعبير :

$$F(x) = (x^2 - 4x + 5)e^x + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12}\right) e$$

وليكن D الحيز المحصور بين $(\mathscr{C})$ ومحور الأفاصيل والمستقيمان :

$(d_1) : x = 0$ و $(d_2) : x = 1$

1 1) بين أن F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

1,5 2) استنتج أن مساحة الحيز D هي : $\mathcal{A}(D) = \left(\frac{29}{3} e - 20\right) cm^2$

* * *

إنجاز ذ. محمد يزوغ